

## PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 09-073269

(43)Date of publication of application : 18.03.1997

(51)Int.Cl.

G09C 1/00  
H04L 9/30

(21)Application number : 07-226682

(71)Applicant : NIPPON TELEGR & TELEPH CORP  
<NTT>

(22)Date of filing : 04.09.1995

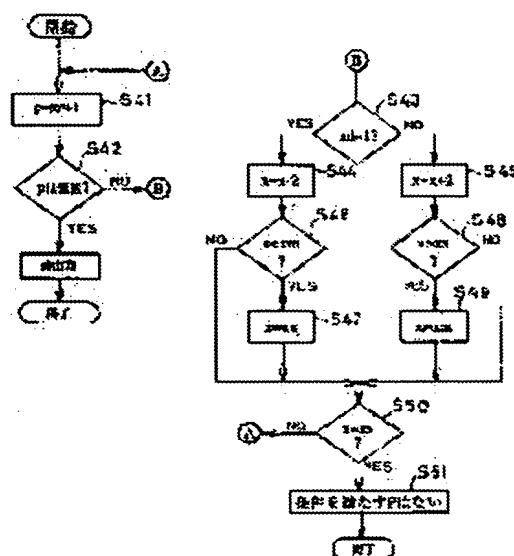
(72)Inventor : ABE MASAYUKI  
SAITO TAIICHI  
UEDA HIROKI

## (54) PRIME NUMBER GENERATOR, PRIME FACTOR DISCRIMINATING DEVICE AND PRIME NUMBER GENERATOR HAVING LIMITATION

## (57)Abstract:

**PROBLEM TO BE SOLVED:** To provide a prime number generator, a prime factor discriminating device and a prime number generator having limitation in which prime numbers are generated having a high safety so that any one of the bit numbers of the prime factors that should be included by  $P-1$  and  $p+1$  becomes less than  $1/2$  of the bit number of  $P$  and the appearance probability of the prime numbers is relatively uniform.

**SOLUTION:** When a bit number  $pb$  of a prime number  $p$ , a prime number  $r$  which is the prime factor of  $p-1$ , a maximum value  $xx$  of  $x$ , a minimum value  $xm$  of  $x$ , a final value  $xs$  of  $x$ , a random number  $x$  of an even number in that  $xm \leq x \leq xx$  and a random number  $xd$  are externally inputted, compute  $p=rx+1$  and input  $p$  into a prime number discriminator. If  $p$  is discriminated as a prime number, output  $p$  and the process is stopped. If  $p$  is discriminated as not a prime number, subtract 2 from  $x$  or add 2 to  $x$  in accordance with the value of  $xd$ . If  $x$  becomes less than  $xm$ , make  $x$  to be  $xx$ . If  $x$  becomes larger than  $xx$ , make  $x$  to be  $xm$ . If  $x$  becomes equal to  $xs$ , output a signal indicating that the prime number  $p$  which meets input conditions  $pb$  and  $r$  does not exist and stop. If  $x$  is not equal to  $xs$ , go back to the first process.



## LEGAL STATUS

[Date of request for examination]

21.10.1999

[Date of sending the examiner's decision of rejection]

[Kind of final disposal of application other than the examiner's decision of rejection or application converted registration]

[Date of final disposal for application]

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

[Patent number] 3292362  
[Date of registration] 29.03.2002  
[Number of appeal against examiner's decision  
of rejection]  
[Date of requesting appeal against examiner's  
decision of rejection]  
[Date of extinction of right]

Copyright (C); 1998,2003 Japan Patent Office

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

(19) 日本国特許庁 (J P)

(12) 公開特許公報 (A)

(11) 特許出願公開番号

特開平9-73269

(43) 公開日 平成9年(1997)3月18日

(51) Int. Cl. <sup>6</sup>	識別記号	庁内整理番号	F I	技術表示箇所
G 0 9 C 1/00	6 5 0	7259-5 J	G 0 9 C 1/00	6 5 0 Z
H 0 4 L 9/30			H 0 4 L 9/00	6 6 3 Z

審査請求 未請求 請求項の数 4 O L (全 11 頁)

(21) 出願番号 特願平7-226682

(22) 出願日 平成7年(1995)9月4日

(71) 出願人 000004226

日本電信電話株式会社

東京都新宿区西新宿三丁目19番2号

(72) 発明者 阿部 正幸

東京都千代田区内幸町1丁目1番6号 日

本電信電話株式会社内

(72) 発明者 斉藤 泰一

東京都千代田区内幸町1丁目1番6号 日

本電信電話株式会社内

(72) 発明者 植田 広樹

東京都千代田区内幸町1丁目1番6号 日

本電信電話株式会社内

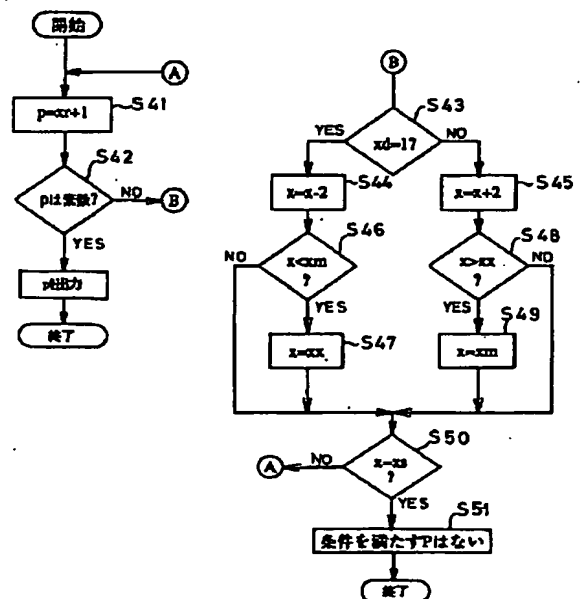
(74) 代理人 弁理士 三好 秀和 (外1名)

(54) 【発明の名称】 素数生成装置、素因数判定装置、および制限付き素数生成装置

(57) 【要約】

【課題】  $P-1$ 、 $P+1$  が含むべき素因数のビット数のいずれもが  $P$  のビット数の  $1/2$  以上となるような安全性の高い素数を生成するとともに素数の出現確率が比較的均等である素数生成装置、素因数判定装置、および制限付き素数生成装置を提供する。

【解決手段】 素数  $p$  のビット数  $p_b$ 、 $p-1$  の素因数とする素数  $r$ 、 $x$  の最大値  $x_x$ 、 $x$  の最小値  $x_m$ 、 $x$  の終了値  $x_s$ 、 $x_m \leq x \leq x_x$  なる偶数の乱数  $x$ 、および乱数  $x_d$  が外部より入力されたとき、 $p = x r + 1$  を計算し、 $p$  を素数判定器へ入力し、 $p$  が素数と判定された場合に  $p$  を出力して処理を停止し、 $p$  が素数でないと判定された場合には、 $x_d$  の値に応じて  $x$  から 2 を減じるかまたは  $x$  に 2 を加え、 $x$  が  $x_m$  より小さくなった場合は  $x$  を  $x_x$  とし、 $x$  が  $x_x$  より大きくなった場合は  $x$  を  $x_m$  とし、 $x$  が  $x_s$  と等しい場合には、入力条件  $p_b$ 、 $r$  を満たす素数  $p$  が存在しないという信号を出力して停止し、 $x$  が  $x_s$  に等しくない場合には最初の処理に戻る。



## 【特許請求の範囲】

【請求項 1】 乱数生成器および素数判定器を備え、 $r$  を素数、 $x$  を乱数とするとき  $p = x \cdot r + 1$  からなる素数  $p$  を生成する素数生成装置であつて、

素数  $p$  のビット数  $p \cdot b$ 、 $p - 1$  の素因数とする素数  $r$ 、 $x$  の最大値  $x \cdot x$ 、 $x$  の最小値  $x \cdot m$ 、 $x$  の終了値  $x \cdot s$ 、 $x \cdot m \leq x \leq x \cdot x$  なる偶数の乱数  $x$ 、および乱数  $x \cdot d$  が外部より入力されたとき、 $p = x \cdot r + 1$  を計算する第 1 の手段と、

$p$  を前記素数判定器へ入力し、 $p$  が素数と判定された場合に  $p$  を出力して処理を停止し、 $p$  が素数でないと判定された場合に第 3 の手段に処理を渡す第 2 の手段と、 $x \cdot d$  の値に応じて  $x$  から 2 を減じるかまたは  $x$  に 2 を加え、 $x$  が  $x \cdot m$  より小さくなった場合は  $x$  を  $x \cdot x$  とし、 $x$  が  $x \cdot x$  より大きくなった場合は  $x$  を  $x \cdot m$  とし、 $x$  が  $x \cdot s$  と等しい場合には第 4 の手段に処理を渡し、 $x$  が  $x \cdot s$  に等しくない場合には第 1 の手段に処理を渡す第 3 の手段と、

入力条件  $p \cdot b$ 、 $r$  を満たす素数  $p$  が存在しないという信号を出力して停止する第 4 の手段とを有することを特徴とする素数生成装置。

【請求項 2】 前記第 1 の手段において、 $x$  が  $x \cdot s$  または  $x \cdot x$  または  $x \cdot s$  と等しい場合にのみ  $p = x \cdot r + 1$  を計算し、それ以外の場合には、 $x \cdot d$  の値に応じて  $p$  に  $2 \cdot r$  を加えるかまたは減じた結果を  $p$  とすることを特徴とする請求項 1 記載の素数生成装置。

【請求項 3】 素数  $p$  および整数  $s \cdot b$  が入力された時、 $p + 1$  が  $s \cdot b$  ビット以上の素因数を持つかどうかを判定する素因数判定装置であつて、

2 から順番に素数を格納した記憶手段である素数テーブル、素数判定器および除算器を備え、前記素数テーブルに格納されている最大の素数を  $t \cdot \max$  とするとき、レジスタ  $t$  を 0 に初期化し、 $p + 1$  をレジスタ  $s$  に格納する第 1 の手段と、

前記素数テーブルに  $t$  より大きな素数がある場合はそれらのうちの最小の値を読み出して  $t$  に格納するかまたは  $t$  より大きい素数が素数テーブルにない場合は第 5 の手段に処理を渡す第 2 の手段と、

$s$  と  $t$  を除算器へ入力し、 $s$  が  $t$  で割り切れた場合に出力商を  $s$  として第 3 の手段に処理を渡すかまたは  $s$  が割り切れなかった場合に前記第 2 の手段に処理を渡す第 3 の手段と、

$s$  のビット数  $|s|$  をカウントし、 $|s|$  が  $s \cdot b$  より小さい場合に  $p + 1$  は  $s \cdot b$  ビット以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止するかあるいは  $|s|$  が  $s \cdot b$  以上の場合に前記第 2 の手段に処理を渡す第 4 の手段と、

前記素数判定器に  $s$  を入力し、 $s$  が素数の場合は  $p + 1$  は  $s \cdot b$  ビット以上の素因数を持つとの判定結果を出力するかあるいは  $s$  が素数でない場合は  $p + 1$  は  $s \cdot b$  ビット

以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止する第 5 の手段とを有することを特徴とする素因数の大きさを判定する素因数判定装置。

【請求項 4】 乱数生成器および素数判定器を備え、 $r$  を素数、 $x$  を乱数とするとき  $p = x \cdot r + 1$  からなる素数  $p$  を生成する素数生成装置であつて、素数  $p$  のビット数  $p \cdot b$ 、 $p - 1$  の素因数とする素数  $r$ 、 $x$  の最大値  $x \cdot x$ 、 $x$  の最小値  $x \cdot m$ 、 $x$  の終了値  $x \cdot s$ 、 $x \cdot m \leq x \leq x \cdot x$  なる偶数の乱数  $x$ 、および乱数  $x \cdot d$  が外部より入力されたとき、 $p = x \cdot r + 1$  を計算する第 1 の手段、 $p$  を前記素数判定器へ入力し、 $p$  が素数と判定された場合に  $p$  を出力して処理を停止し、 $p$  が素数でないと判定された場合に第 3 の手段に処理を渡す第 2 の手段、 $x \cdot d$  の値に応じて  $x$  から 2 を減じるかまたは  $x$  に 2 を加え、 $x$  が  $x \cdot m$  より小さくなった場合は  $x$  を  $x \cdot x$  とし、 $x$  が  $x \cdot x$  より大きくなった場合は  $x$  を  $x \cdot m$  とし、 $x$  が  $x \cdot s$  と等しい場合には第 4 の手段に処理を渡し、 $x$  が  $x \cdot s$  に等しくない場合には第 1 の手段に処理を渡す第 3 の手段および入力条件  $p \cdot b$ 、 $r$  を満たす素数  $p$  が存在しないという信号を出力して停止する第 4 の手段を有する素数生成装置と、素数  $p$  および整数  $s \cdot b$  が入力された時、 $p + 1$  が  $s \cdot b$  ビット以上の素因数を持つかどうかを判定する素因数判定装置であつて、2 から順番に素数を格納した記憶手段である素数テーブル、素数判定器および除算器を備え、前記素数テーブルに格納されている最大の素数を  $t \cdot \max$  とするとき、レジスタ  $t$  を 0 に初期化し、 $p + 1$  をレジスタ  $s$  に格納する第 1 の手段、前記素数テーブルに  $t$  より大きな素数がある場合はそれらのうちの最小の値を読み出して  $t$  に格納するかまたは  $t$  より大きい素数が素数テーブルにない場合は第 5 の手段に処理を渡す第 2 の手段、 $s$  と  $t$  を除算器へ入力し、 $s$  が  $t$  で割り切れた場合に出力商を  $s$  として第 3 の手段に処理を渡すかまたは  $s$  が割り切れなかった場合に前記第 2 の手段に処理を渡す第 3 の手段、 $s$  のビット数  $|s|$  をカウントし、 $|s|$  が  $s \cdot b$  より小さい場合に  $p + 1$  は  $s \cdot b$  ビット以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止するかあるいは  $|s|$  が  $s \cdot b$  以上の場合に前記第 2 の手段に処理を渡す第 4 の手段および前記素数判定器に  $s$  を入力し、 $s$  が素数の場合は  $p + 1$  は  $s \cdot b$  ビット以上の素因数を持つとの判定結果を出力するかあるいは  $s$  が素数でない場合は  $p + 1$  は  $s \cdot b$  ビット以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止する第 5 の手段を有する素因数の大きさを判定する素因数判定装置と、乱数生成器と、素数判定器とを備え、整数  $p \cdot b$ 、 $r \cdot b$ 、 $s \cdot b$ 、 $t \cdot b$  が外部より入力されたとき、 $p - 1$  が  $r \cdot b$  ビットの素因数  $r$  を持ち、 $p + 1$  が  $s \cdot b$  ビットの素因数  $s$  を持ち、 $r - 1$  が  $t \cdot b$  ビットの素因数を持つような素数  $p$  を生成する制限付き素数生成装置であつて、前記乱数生成器を駆動して  $t \cdot b$  ビットの乱数  $t$  を生成する第 1 の手段と、

t を前記素数判定器に入力し、t が素数の場合には第3の手段に処理を渡し、t が素数でない場合には前記第1の手段に処理を戻す第2の手段と、

$2^{rb-1}/t$  を  $x_{rx}$  とし、 $2^{rb-1}/t$  を  $x_{rm}$  とし、乱数生成器を駆動して  $x_{rm} \leq x_{rs} \leq x_{rx}$  となる  $x_{rs}$  を生成し、レジスタ  $x_r$  を  $x_{rs}$  で初期化し、乱数生成器を駆動して乱数を  $x_{rd}$  へ格納する第3の手段と、

ビット数  $rb$ 、素数  $t$ 、乱数  $x_r$ 、最大値  $x_{rx}$ 、最小値  $x_{rm}$ 、終了値  $x_{rs}$  および乱数  $x_{rd}$  を前記素数生成装置に入力し、素数が出力された場合は  $r$  へ格納して第5の手段に処理を渡し、または入力条件を満たす素数が存在しないという信号が出力された場合には前記第1の手段に処理を渡す第4の手段と、

$2^{pb-1}/r$  を  $x_{px}$  とし、 $2^{pb-1}/r$  を  $x_{pm}$  とし、乱数生成器を駆動して  $x_{pm} \leq x_{ps} \leq x_{px}$  となる偶数の  $x_{ps}$  を生成し、レジスタ  $x_p$  を  $x_{ps}$  で初期化し、乱数生成器を駆動して出力乱数を  $x_{pd}$  へ格納する第5の手段と、

ビット数  $pb$ 、素数  $r$ 、乱数  $x_p$ 、最大値  $x_{px}$ 、最小値  $x_{pm}$ 、終了値  $x_{ps}$  および  $x_{pd}$  を前記素数生成装置に入力し、素数が出力された場合は  $p$  へ格納して第7の手段に処理を渡し、または入力条件を満たす素数が存在しないという信号が出力された場合は前記第4の手段に処理を戻す第6の手段と、

素数  $p$  と整数  $sb$  を前記素因数判定装置に入力し、 $p+1$  は  $sb$  ビットの素因数を持たないと判定された場合は前記第6の手段に処理を戻し、 $p+1$  が  $sb$  ビットの素因数を持つと判定された場合には  $p$  を出力して停止する第7の手段とを有することを特徴とする制限付き素数生成装置。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】本発明は、例えば情報セキュリティの分野で公開鍵暗号に用いる鍵となる素数を生成する素数生成装置、素因数判定装置、および制限付き素数生成装置に関する。

【0002】

【従来の技術】素因数分解の困難性に基づく公開鍵暗号方式では、秘密鍵として512bit程度の大きな素数を用いる。2つの素数  $P$ 、 $Q$  の積  $N$  が与えられても  $P$ 、 $Q$  を求めることが困難であれば、 $N$  を公開しても  $P$ 、 $Q$  を知られる恐れはない。しかし、 $P$ 、 $Q$  の構造によっては、 $N$  の素因数分解が容易になる場合がある。

【0003】 $N$  の素因数分解を困難にするために素数  $P$  が満たすべき条件として、X509標準では次の項目を挙げている。 $Q$  についても同様。

【0004】(1)  $P+1$  が大きな素因数  $s$  を持つこと

(2)  $P-1$  が大きな素因数  $r$  を持つこと

(3)  $r-1$  が大きな素因数  $t$  を持つこと

(4)  $P$  はランダムであること

どれだけ大きければよいかは攻撃法や計算機の進歩に依存している。素数  $P$  のビット数を  $pb$ 、 $P+1$  の素因数  $s$  を  $sb$  ビット、 $P-1$  の素因数  $r$  を  $rb$  ビットとして、 $rb+sb < pb$  の場合には以下の素数生成法を利用することが可能である。

【0005】(a)  $t$   $sb$  ビットの素数  $t$  を生成

(b)  $r = 2 \times t + 1$  となる  $rb$  ビットの素数  $r$  を生成

(c)  $s$   $sb$  ビットの素数  $s$  を生成

(d)  $ri = 1 / r \bmod s$  を計算

(e)  $P = 2 (ys - ri) r + 1$  となる  $pb$  ビットの素数  $P$  を生成

【0006】

【発明が解決しようとする課題】上述した従来法では、 $rb+sb < pb$  でなければならず、上述した(1)の条件を満たすために  $rb$  を大きく取ると  $sb$  を小さくせざるを得ない。

【0007】図5は従来法の詳細を示している。この従来法では、 $x$  や  $y$  を+の方向に増加させて素数を探索しているが、素数の間隔は一律でないので、一方向にだけ探索すると他の素数よりも高い確率で出現する素数が存在し得る。例えば、 $r1 = x1 * t + 1$ 、 $r2 = x2 * t + 1$ 、 $r3 = x3 * t + 1$  なる素数  $r1$ 、 $r2$ 、 $r3$  を考えると、 $x$  を2ずつ増加させて調べる従来法では  $x$  の初期値が  $x$  の区間  $(x2, x3)$  に入った場合は必ず  $x3$  側へ向かい、結果として必ず  $r3$  が選ばれる。区間  $(x1, x2)$  よりも  $(x2, x3)$  の方が大きい場合、 $r2$  が選ばれる確率は  $r3$  が選ばれる確率に比較して小さくなってしまふ。(4)の条件を満たすには、生成される素数の出現確率には片寄りが無いことが望ましい。

【0008】本発明は、上記に鑑みてなされたもので、その目的とするところは、 $P-1$ 、 $P+1$  が含むべき素因数のビット数のいずれもが  $P$  のビット数の  $1/2$  以上となるような安全性の高い素数を生成するとともに素数の出現確率が比較的均等である素数生成装置、素因数判定装置、および制限付き素数生成装置を提供することにある。

【0009】

【課題を解決するための手段】上記目的を達成するため、請求項1記載の本発明は、乱数生成器および素数判定器を備え、 $r$  を素数、 $x$  を乱数とするとき  $p = x \cdot r + 1$  からなる素数  $p$  を生成する素数生成装置であって、素数  $p$  のビット数  $pb$ 、 $p-1$  の素因数とする素数  $r$ 、 $x$  の最大値  $xx$ 、 $x$  の最小値  $xm$ 、 $x$  の終了値  $xs$ 、 $xm \leq x \leq xx$  なる偶数の乱数  $x$ 、および乱数  $xd$  が外部より入力されたとき、 $p = x \cdot r + 1$  を計算する第1の手段と、 $p$  を前記素数判定器へ入力し、 $p$  が素数と判定された場合に  $p$  を出力して処理を停止し、 $p$  が素数でない判定された場合に第3の手段に処理を渡す第2の手段

と、 $x_d$ の値に応じて $x$ から2を減じるかまたは $x$ に2を加え、 $x$ が $x_m$ より小さくなった場合は $x$ を $x_x$ とし、 $x$ が $x_x$ より大きくなった場合は $x$ を $x_m$ とし、 $x$ が $x_s$ と等しい場合には第4の手段に処理を渡し、 $x$ が $x_s$ に等しくない場合には第1の手段に処理を渡す第3の手段と、入力条件 $p, b, r$ を満たす素数 $p$ が存在しないという信号を出力して停止する第4の手段とを有することを要旨とする。

【0010】また、請求項2記載の本発明は、請求項1記載の発明において、前記第1の手段では、 $x$ が $x_s$ または $x_x$ または $x_s$ と等しい場合にのみ $p = x_r + 1$ を計算し、それ以外の場合には、 $x_d$ の値に応じて $p$ に $2 * r$ を加えるかまたは減じた結果を $p$ とすることを要旨とする。

【0011】更に、請求項3記載の本発明は、素数 $p$ および整数 $s, b$ が入力された時、 $p+1$ が $s, b$ ビット以上の素因数を持つかどうかを判定する素因数判定装置であって、2から順番に素数を格納した記憶手段である素数テーブル、素数判定器および除算器を備え、前記素数テーブルに格納されている最大の素数を $t_{max}$ とするとき、レジスタ $t$ を0に初期化し、 $p+1$ をレジスタ $s$ に格納する第1の手段と、前記素数テーブルに $t$ より大きな素数がある場合はそれらのうちの最小の値を読み出して $t$ に格納するかまたは $t$ より大きい素数が素数テーブルにない場合は第5の手段に処理を渡す第2の手段と、 $s$ と $t$ を除算器へ入力し、 $s$ が $t$ で割り切れた場合に出力商を $s$ として第3の手段に処理を渡すかまたは $s$ が割り切れなかった場合に前記第2の手段に処理を渡す第3の手段と、 $s$ のビット数 $|s|$ をカウントし、 $|s|$ が $s, b$ より小さい場合に $p+1$ は $s, b$ ビット以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止するかあるいは $|s|$ が $s, b$ 以上の場合に前記第2の手段に処理を渡す第4の手段と、前記素数判定器に $s$ を入力し、 $s$ が素数の場合は $p+1$ は $s, b$ ビット以上の素因数を持つとの判定結果を出力するかあるいは $s$ が素数でない場合は $p+1$ は $s, b$ ビット以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止する第5の手段とを有することを要旨とする。

【0012】請求項4記載の本発明は、乱数生成器および素数判定器を備え、 $r$ を素数、 $x$ を乱数とするとき $p = x_r + 1$ からなる素数 $p$ を生成する素数生成装置であって、素数 $p$ のビット数 $p, b$ 、 $p-1$ の素因数とする素数 $r$ 、 $x$ の最大値 $x_x$ 、 $x$ の最小値 $x_m$ 、 $x$ の終了値 $x_s$ 、 $x_m \leq x \leq x_x$ なる偶数の乱数 $x$ 、および乱数 $x_d$ が外部より入力されたとき、 $p = x_r + 1$ を計算する第1の手段、 $p$ を前記素数判定器へ入力し、 $p$ が素数と判定された場合に $p$ を出力して処理を停止し、 $p$ が素数でないとして判定された場合に第3の手段に処理を渡す第2の手段、 $x_d$ の値に応じて $x$ から2を減じるかまたは $x$ に2を加え、 $x$ が $x_m$ より小さくなった場合は $x$ を $x_x$ と

し、 $x$ が $x_x$ より大きくなった場合は $x$ を $x_m$ とし、 $x$ が $x_s$ と等しい場合には第4の手段に処理を渡し、 $x$ が $x_s$ に等しくない場合には第1の手段に処理を渡す第3の手段および入力条件 $p, b, r$ を満たす素数 $p$ が存在しないという信号を出力して停止する第4の手段を有する素数生成装置と、素数 $p$ および整数 $s, b$ が入力された時、 $p+1$ が $s, b$ ビット以上の素因数を持つかどうかを判定する素因数判定装置であって、2から順番に素数を格納した記憶手段である素数テーブル、素数判定器および除算器を備え、前記素数テーブルに格納されている最大の素数を $t_{max}$ とするとき、レジスタ $t$ を0に初期化し、 $p+1$ をレジスタ $s$ に格納する第1の手段、前記素数テーブルに $t$ より大きな素数がある場合はそれらのうちの最小の値を読み出して $t$ に格納するかまたは $t$ より大きい素数が素数テーブルにない場合は第5の手段に処理を渡す第2の手段、 $s$ と $t$ を除算器へ入力し、 $s$ が $t$ で割り切れた場合に出力商を $s$ として第3の手段に処理を渡すかまたは $s$ が割り切れなかった場合に前記第2の手段に処理を渡す第3の手段、 $s$ のビット数 $|s|$ をカウントし、 $|s|$ が $s, b$ より小さい場合に $p+1$ は $s, b$ ビット以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止するかあるいは $|s|$ が $s, b$ 以上の場合に前記第2の手段に処理を渡す第4の手段および前記素数判定器に $s$ を入力し、 $s$ が素数の場合は $p+1$ は $s, b$ ビット以上の素因数を持つとの判定結果を出力するかあるいは $s$ が素数でない場合は $p+1$ は $s, b$ ビット以上の素因数を持たないとの判定結果を出力して停止する第5の手段を有する素因数の大きさを判定する素因数判定装置と、乱数生成器と、素数判定器とを備え、整数 $p, b, r, s, b, t, b$ が外部より入力されたとき、 $p-1$ が $r, b$ ビットの素因数 $r$ を持ち、 $p+1$ が $s, b$ ビットの素因数 $s$ を持ち、 $r-1$ が $t, b$ ビットの素因数を持つような素数 $p$ を生成する制限付き素数生成装置であって、前記乱数生成器を駆動して $t, b$ ビットの乱数 $t$ を生成する第1の手段と、 $t$ を前記素数判定器へ入力し、 $t$ が素数の場合には第3の手段に処理を渡し、 $t$ が素数でない場合には前記第1の手段に処理を戻す第2の手段と、 $2^{rb}-1/t$ を $x_r, x$ とし、 $2^{rb}-1/t$ を $x_r, m$ とし、乱数生成器を駆動して $x_r, m \leq x_r, s \leq x_r, x$ となる $x_r, s$ を生成し、レジスタ $x_r$ を $x_r, s$ で初期化し、乱数生成器を駆動して乱数を $x_r, d$ へ格納する第3の手段と、ビット数 $r, b$ 、素数 $t$ 、乱数 $x_r$ 、最大値 $x_r, x$ 、最小値 $x_r, m$ 、終了値 $x_r, s$ および乱数 $x_r, d$ を前記素数生成装置へ入力し、素数が出力された場合は $r$ へ格納して第5の手段に処理を渡し、または入力条件を満たす素数が存在しないという信号が出力された場合には前記第1の手段に処理を渡す第4の手段と、 $2^{pb}-1/r$ を $x_p, x$ とし、 $2^{pb}-1/r$ を $x_p, m$ とし、乱数生成器を駆動して $x_p, m \leq x_p, s \leq x_p, x$ となる偶数の $x_p, s$ を生成し、レジスタ $x_p$ を $x_p, s$ で初期化し、乱数生成器を駆動して



出力乱数を  $x_{pd}$  へ格納する第5の手段と、ビット数  $p_b$ 、素数  $r$ 、乱数  $x_p$ 、最大値  $x_{px}$ 、最小値  $x_{pm}$ 、終了値  $x_{ps}$  および  $x_{pd}$  を前記素数生成装置に入力し、素数が出力された場合は  $p$  へ格納して第7の手段に処理を渡し、または入力条件を満たす素数が存在しないという信号が出力された場合は前記第4の手段に処理を戻す第6の手段と、素数  $p$  と整数  $s_b$  を前記素因数判定装置に入力し、 $p+1$  は  $s_b$  ビットの素因数を持たないと判定された場合は前記第6の手段に処理を戻し、 $p+1$  が  $s_b$  ビットの素因数を持つと判定された場合には  $p$  を出力して停止する第7の手段とを有することを要旨とする。

【0013】本発明では、最初に上述した条件(2)、(3)を満たす素数  $P$  を生成し、次いでその素数が上述した条件(1)を満たすかどうかを高速に確認する。また、素数  $P$  を探索する場合には探索の方向を乱数によって決定する。

【0014】まず、素数生成装置は、生成する素数  $p$  のビット数  $p_b$ 、 $p-1$  の素因数とする素数  $r$ 、 $x$  の最大値  $x_x$ 、 $x$  の最小値  $x_m$ 、 $x$  の終了値  $x_s$ 、 $x_m \leq x \leq x_x$  なる偶数の乱数  $x$ 、および乱数  $x_d$  を外部より受け付けて、 $p = x \cdot r + 1$  を計算して  $p$  を素数判定器へ入力し、 $p$  が素数でない場合には  $x_d$  の値に応じて、 $x$  から2を減じるかまたは  $x$  に2を加え、その結果  $x$  が  $x_m$  より小さくなった場合は  $x$  を  $x_x$  とし、 $x$  が  $x_x$  より大きくなった場合は  $x$  を  $x_m$  とする。また、 $x$  が  $x_s$  と等しくなった場合には、入力条件  $p_b$ 、 $r$  を満たす素数  $p$  が存在しないという信号を出力して停止する。 $x$  が  $x_s$  と等しくならなかった場合は、再び  $p = x \cdot r + 1$  を計算して素数判定を行い、 $p$  が素数となるまでこれを繰り返すように構成する。

【0015】次に、乱数生成器と素数判定器を繰り返し用いて  $t_b$  ビットの素数  $t$  を生成する。素数  $t$  が得られたら、 $x_x = (2^{t_b} - 1) / t$ 、 $x_m = 2^{t_b-1} / t$  として  $x$  の最大値  $x_x$  と最小値  $x_m$  を求める。乱数生成器を駆動して  $x_m \leq x \leq x_x$  なる偶数の乱数  $x_s$  を生成し、 $x$  を  $x_s$  で初期化する。更に乱数生成器を駆動して乱数  $x_d$  を得る。これら  $r_b$ 、 $t$ 、 $x_x$ 、 $x_m$ 、 $x_s$ 、 $x$ 、 $x_d$  を素数生成装置へ入力し、 $r_b$  ビットの素数  $r$  を得る。

【0016】素数  $r$  が得られたら、同様にして  $r$  から  $P$  を生成する。 $y_x = (2^{p_b} - 1) / r$ 、 $y_m = 2^{p_b-1} / r$  として  $y$  の最大値  $y_x$  と最小値  $y_m$  を求める。乱数生成器を駆動して  $y_m \leq y \leq y_x$  なる偶数の乱数  $y_s$  を生成し、 $y$  を  $y_s$  で初期化する。更に乱数生成器を駆動して乱数  $y_d$  を得る。 $p_b$ 、 $r$ 、 $y_x$ 、 $y_m$ 、 $y_s$ 、 $y$ 、 $y_d$  を素数生成装置へ入力し、 $p_b$  ビットの素数  $P$  を得る。

【0017】最後に、 $P+1$  が  $s_b$  ビット以上の大きな素因数  $s$  を持つかどうかを判定する。適当なビット数以下

の素数を全て格納した素数テーブルを予め作っておく。まず  $k$  を0に、 $s$  を  $P+1$  に初期化する。

【0018】 $k$  より大きな最小の素数を素数テーブルから読み出して  $k$  に格納する。 $s$  が  $k$  で割り切れる場合は  $s$  を  $t$  で割り切れなくなるまで繰り返して割る。 $s$  が  $s_b$  ビットより小さくなってしまったら、 $P+1$  は大きな素因数を持たないことを意味するので、 $P$  の生成をやり直す。テーブル中の素数全てについて  $s$  に対する除算を試しても、 $s$  が  $s_b$  ビットより大きい場合は、 $s$  が大きな素因数かどうかを素数判定器に  $s$  を入力して判定する。 $s$  が素数でない場合は、 $P$  の生成をやり直す。 $s$  が素数の場合は、 $P+1$  が  $s_b$  ビット以上の大きな因数  $s$  を含んでいるので、 $P$  を条件を満たす素数として出力する。

【0019】以上の手段により、 $x$ 、 $y$  を増加させるか、減少させるかを乱数によって決定することで、よりランダムな素数を生成することができる。

【0020】また、 $x$ 、 $y$  を  $r$ 、 $P$  生成後も保持しておき、 $r$  または  $P$  が条件に合わない素数であった場合に、 $x$ 、 $y$  の探索を最初からやり直すのではなく、更新を再開して  $r$  または  $P$  を探索するようにすることで  $t$  や  $s$  を生成し直す時間を削除できる。

【0021】 $P+1$  を小さな素数で可能な限り除した後、素数判定器へ入力することによって、 $r_b$  の値に制約を受けない大きなビット数  $s_b$  の素因数  $s$  を含む  $P+1$  なる素数  $P$  を検出することができる。

【0022】

【発明の実施の形態】以下、図面を用いて本発明の実施の形態について説明する。

【0023】図1は、本発明の一実施形態の構成を示すブロック図であり、図2は、図1に示す実施形態に使用されている素数生成装置の構成を示すブロック図である。

【0024】図1に示す実施形態は、乱数生成器11、素数判定器13、除算器15、乱数発生器21、素数生成装置17、除算器25、乱数生成器31、素数生成装置27、除算器35、素数テーブル19、素数判定器23を有する。また、図2に示す素数生成装置は、乗算器、加算器、減算器、比較器からなる算術演算回路(以下、ALUと略称する)41、素数判定器43、乗数  $x$  の値を更新する乗数更新部45を有する。

【0025】まず、図4を参照して、図2に示す素数生成装置の作用を説明する。

【0026】図2および図4において、生成する素数  $p$  のビット数  $p_b$ 、 $p-1$  の素因数とする素数  $r$ 、 $x$  の最大値  $x_x$ 、 $x$  の最小値  $x_m$ 、 $x$  の終了値  $x_s$ 、 $x_m \leq x \leq x_x$  なる偶数の乱数  $x$ 、および1bitの乱数  $x_d$  を外部より受け付けて、ALU41を駆動して  $p = x \cdot r + 1$  を計算し、 $p$  を素数判定器43へ入力する(ステップS41)。 $p$  が素数でない場合には(ステップS42)

乗数更新部 45 を駆動して  $x$  を更新する。 $x$  の更新は  $x_d$  が 1 の時  $x$  に  $x-2$  を格納し (ステップ S43, S44)、または  $x_d$  が 0 の時  $x$  に  $x+2$  を格納する (ステップ S43, S45)。その結果  $x$  が  $x_m$  より小さくなった場合は  $x$  を  $x \times x$  とし、 $x$  が  $x \times x$  より大きくなった場合は  $x$  を  $x_m$  とする (ステップ S46~S49)。また、ステップ S50 で  $x$  が  $x_s$  と等しくなった場合には、入力条件  $p, b, r$  を満たす素数  $p$  が存在しないという信号を出力して停止する (ステップ S51)。 $x$  が  $x_s$  と等しくならなかった場合は、再び  $p = x \times r + 1$  を計算して素数判定を行い、 $p$  が素数となるまでこれを繰り返し、素数  $p$  が得られたらこれを出力して停止する構成とする。

【0027】まず、乱数生成器 11 の 480bit の乱数出力  $t$  を素数判定器 13 へ入力する (ステップ S11)。素数となる  $t$  が得られるまで繰り返し行う (ステップ S12)。素数  $t$  が得られたら、除算器 15 へ  $2^{496} - 1$  と  $t$  を入力してその出力を  $x \times x$  とし、 $x \times x = [(2^{496} - 1) / r]$  を得る。ここで、 $[a]$  は  $a$  を越えない最大の整数を表す記号とする。同様に、除算器 15 へ  $2^{495}$  と  $t$  を入力して出力を  $x_m$  とし、 $x_m = [2^{495} / r]$  を得る (ステップ S13)。続いて、乱数生成器 21 を駆動し、 $x_m \leq x_s \leq x \times x$  となる  $x_s$  を生成し、 $x$  に  $x_s$  を格納する。また、乱数生成器 21 を駆動し、その出力の最下位 1bit の値を  $x_d$  へ格納する (ステップ S14)。

【0028】496,  $x \times x$ ,  $x_m$ ,  $x_s$ ,  $x$ ,  $x_d$  を素数生成装置 17 へ入力し、496bit の素数  $r$  を得る (ステップ S15)。素数生成装置 17 が入力条件を満たす素数が存在しないという信号を出力した場合は、 $t$  の生成をやり直す (ステップ S16)。

【0029】素数  $r$  が得られたら、除算器 25 へ  $2^{512} - 1$  と  $t$  を入力してその出力を  $y \times x$  とし、 $y \times x = [(2^{512} - 1) / r]$  を得る。同様に、除算器 25 へ  $2^{511}$  と  $r$  を入力して出力を  $y_m$  とし、 $y_m = [2^{511} / r]$  を得る (ステップ S17)。続いて、乱数生成器 31 を駆動し、 $y_m \leq y_s \leq y \times x$  となる  $y_s$  を生成し、 $y$  に  $y_s$  を格納する。また、乱数生成器を駆動し、その出力の最下位 1bit の値を  $y_d$  へ格納する (ステップ S18)。

【0030】512,  $y \times x$ ,  $y_m$ ,  $y_s$ ,  $y$ ,  $y_d$  を素数生成装置 27 へ入力し、512bit の素数  $P$  を得る (ステップ S19)。素数生成装置 27 が入力条件を満たす素数が存在しないという信号を出力した場合は、 $s$  の生成をやり直す (ステップ S20)。

【0031】素数  $P$  が得られたら、 $P+1$  が 496bit 以上の素因数  $s$  を含んでいるかどうかを判定する。8ビット以下の素数を全て格納した素数テーブルを予め作っておく。

【0032】まず、 $k$  を 0 に、 $s$  を  $P+1$  に初期化する。 $k$  より大きな最小の素数 ( $=2$ ) を素数テーブルから読み出して  $k$  に格納する (ステップ S21)。 $s$  が  $k$  で割り切れる場合は  $s$  を  $t$  で割り切れなくなるまで繰り返し返して割る。 $s$  が 496bit より小さくなってしまったら、 $P+1$  は 496bit 以上の素因数を持たないことを意味するので、 $P$  の生成をやり直す (ステップ S22~S26)。テーブル中の素数全てについて  $s$  に対する除算を試しても、 $s$  が  $s \times b$  ビットより大きい場合は、 $s$  が大きな素因数かどうかを素数判定器 23 に  $s$  を入力して判定する。 $s$  が素数でない場合は、 $P$  の生成をやり直す。 $s$  が素数の場合は、 $P+1$  が  $s \times b$  ビット以上の大きな因数  $s$  を含んでいるので、 $P$  を条件を満たす素数として出力する (ステップ S27)。

【0033】

【発明の効果】以上説明するように、本発明によれば、素数  $P$  のビット数を  $p \times b$ 、 $P-1$  が含むべき素因数のビット数を  $r \times b$ 、 $P+1$  が含むべき素因数のビット数を  $s \times b$  として、 $r \times b$ 、 $s \times b$  がともに大きな場合にも  $r \times b$  ビットの素因数を  $P-1$  が含み、 $s \times b$  ビットの素因数を  $P+1$  が含むような  $p \times b$  ビットのランダムな素数  $P$  を効率よく生成することができる。

【図面の簡単な説明】

【図 1】本発明の一実施形態の構成を示すブロック図である。

【図 2】図 1 に示す実施形態に使用されている素数生成装置の構成を示すブロック図である。

【図 3】図 1 に示す実施形態の作用を示すフローチャートである。

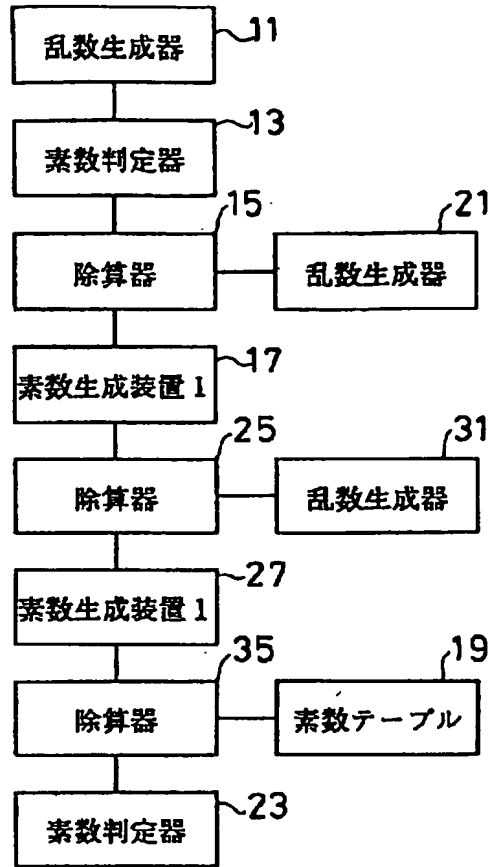
【図 4】図 2 に示す素数生成装置の作用を示すフローチャートである。

【図 5】従来法の作用を示すフローチャートである。

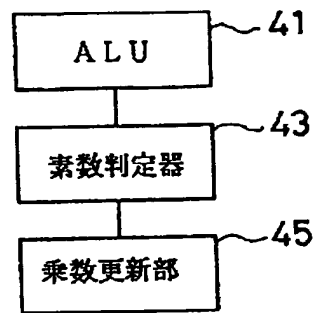
【符号の説明】

- 11, 21, 31 乱数生成器
- 13, 23, 43 素数判定器
- 15, 25, 35 除算器
- 17, 27 素数生成装置
- 19 素数テーブル
- 41 ALU
- 45 乗数更新部

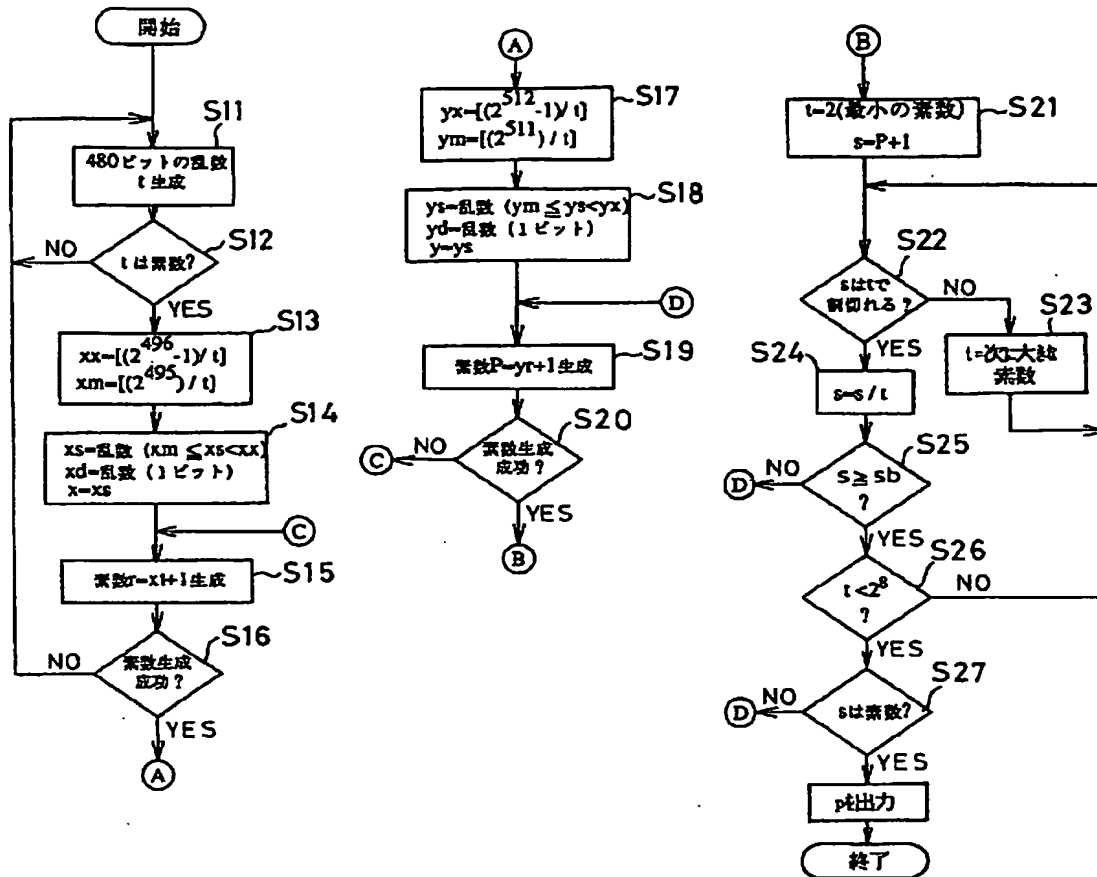
【図 1】



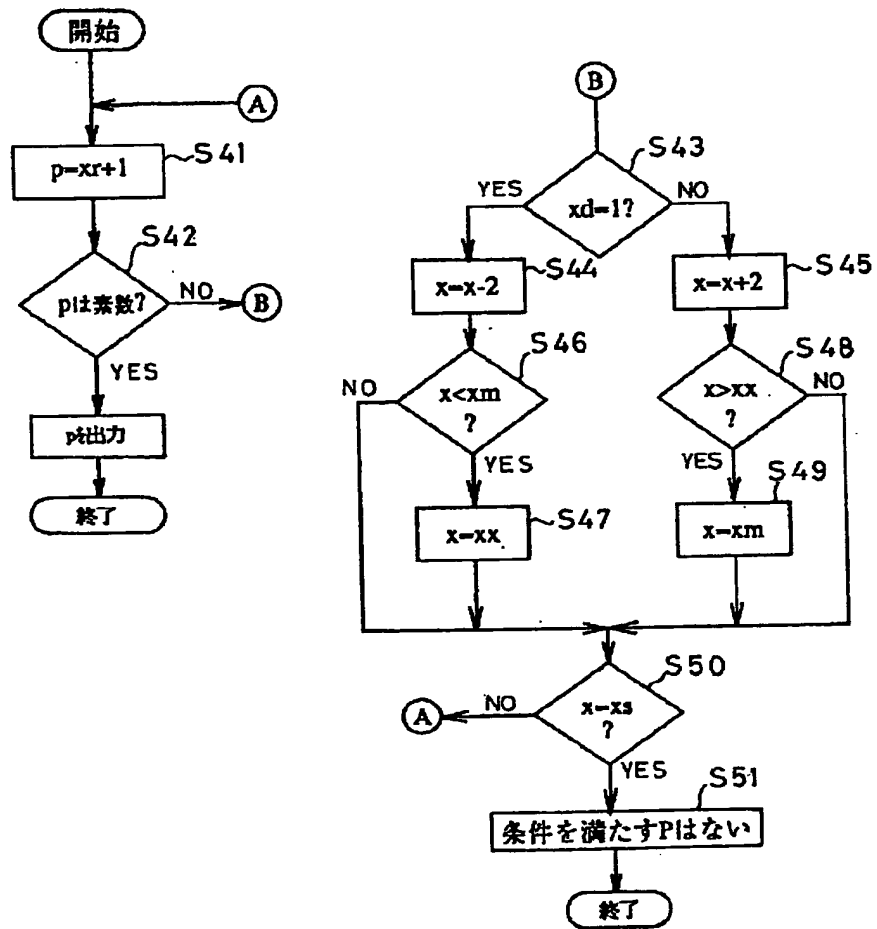
【図 2】



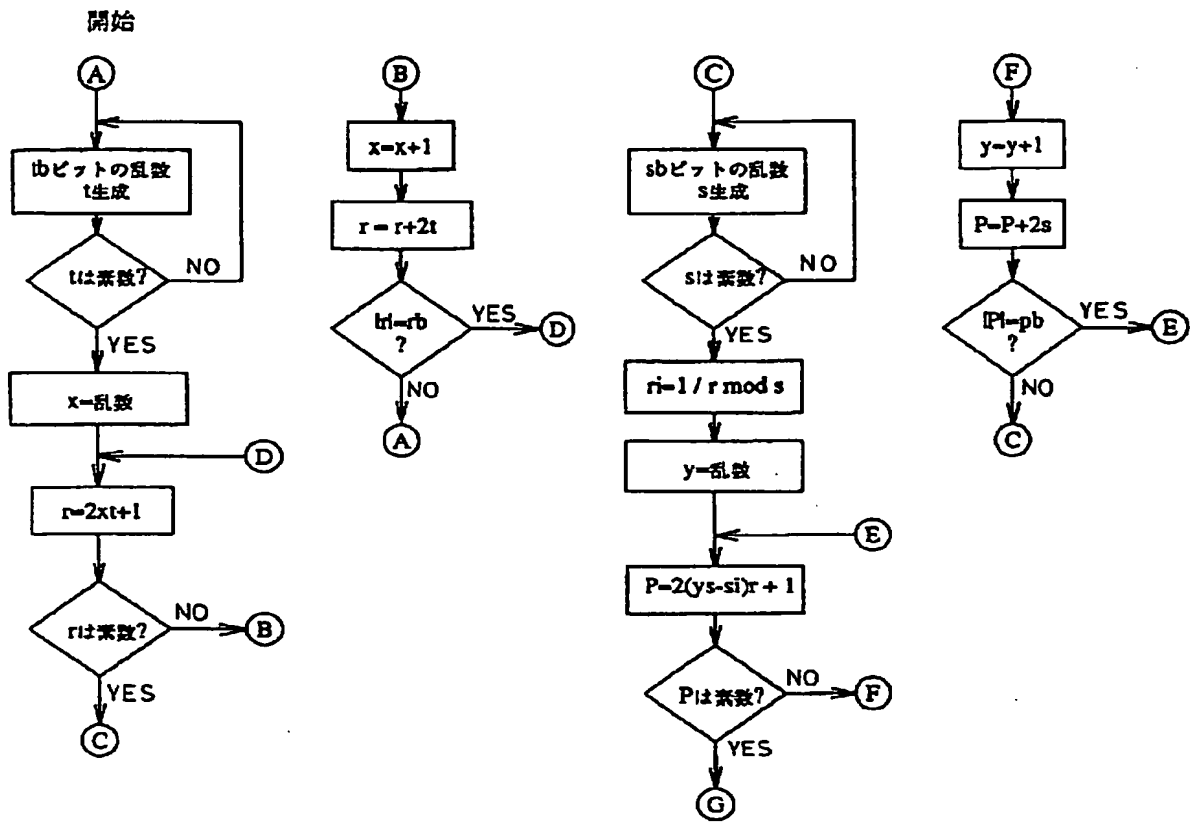
【図3】



【図4】



【図5】



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**